Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 2. С. 143–150. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 2, pp. 143–150. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.3 (0.75.8) https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-143-150

Исследование зависимости от частоты констант поляризованной пьезокерамики в схемах замещения при слабых электрических полях (часть III)*

В. В. Мадорский[1], И. Е. Рогов[2], А. К. Круглов[3]**
[1,2]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3]Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Study on frequency dependence of polarized piezoceramics constants in equivalent circuits at weak electric fields (part III)***

V. V. Madorsky[1], I. E. Rogov[2], A. K. Kruglov[3]**
[1,2]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[3]Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Принято считать, что электроупругие модули не зависят от амплитуды и частоты колебаний. Это подход отражен в российских и зарубежных стандартах для определения полного набора электроупругих модулей пьезокерамики. Например, для определения пьезомодуля d_{31} образца в форме диска необходимо провести измерения в трех частотных областях: в области первого и второго резонансов, в области антирезонанса и на частотах много ниже 1 кГц. В связи с этим предполагается, что при определении d_{31} модули исследуемой керамики в диапазоне частот от 1 КГц до второго резонанса не зависят от частоты.
Целью данной работы является исследование зависимости от частоты электроупругих модулей керамики. При этом используется образец в форме диска из ЦТС (цирконата-титаната свинца).
*Материалы и методы***.** Использованы методы постановки и решения задач стационарной электроупругости и разделы теоретических основ электротехники. Для реализации метода конечных элементов применены метод возмущений и пакет прикладных программ ANSYS. Результаты экспериментов обработаны в среде MATLAB.
Результаты исследования. Для пьезокерамики ЦТС исследованы зависимости от частоты различных модулей (пьезоэлектрических d_{31}, диэлектрических ε_{33}^T и упругих модулей гибкости s_{11}, s_{12}, s_{13}). Рассмотрены радиальные колебания образца в форме диска с электродами на торцах. Толщина образца — 1 мм, диаметр — 40 мм, диапазон колебаний — до 700 КГц. Сначала исследовалась частотная зависимость для упругих модулей керамики из определения десяти резонансных частот. Затем по измеренным значениям проводимости образца была определена зависимость от частоты модулей d_{31} и ε_{33}^T. С этой целью использовалось полученное в работе выражение для электрической проводимости из

Introduction. It is acknowledged that electroelastic modules do not depend on the amplitude and frequency of oscillations. This approach is reflected in the Russian and foreign standards for determining the complete set of electro-elastic piezoceramics modules. For example, to determine d_{31} piezomodule of a disc-shaped sample, it is required to take measurements in three frequency domains: in the first and second resonances, in the antiresonance region, and at frequencies much below 1 kHz. Accordingly, it is assumed that when determining d_{31}, the modules of the ceramic under study in the frequency range from 1 KHz to the second resonance are independent of frequency. The work objective is to study the frequency dependence of electro-elastic ceramic modules. In this case, a disc-shaped sample from LZT (lead zirconate titanate) is used.
Materials and Methods. Techniques of setting and solving problems of the stationary electroelasticity and sections of the electrical engineering basics are applied. To implement the finite element method, the perturbation technique and the ANSYS application package are used. The experimental results are processed in the MATLAB environment.
Research Results. For the LZT piezoelectric ceramics, the frequency dependences of various modules (piezoelectric d_{31}, dielectric ε_{33}^T and elastic modules of compliance - s_{11}, s_{12}, s_{13}) were investigated. Radial oscillations of a disc-shaped sample with electrodes on the ends were considered. The sample thickness was 1 mm, the diameter was 40 mm, and the oscillation range was up to 700 KHz. First, the frequency dependence was studied for the elastic ceramic modules from the determination of ten resonance frequencies. Then, the frequency dependence of d_{31} *and* ε_{33}^T modules was determined from the measured values of the sample conductivity. For this purpose, we used the expression for the electrical conductivity obtained from the solution of the radial



*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: epohrbats@gmail.com, igorro@rambler.ru, kruglov@sfedu.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

решения радиальных колебаний диска с учетом его толщины.
Обсуждение и заключения. Разработана методика для определения зависимости от частоты модулей пьезоэлектрической керамики ЦТС. Образец в форме диска исследовался при диапазоне частот 15–650 КГц. Показано, что в диапазоне до 650 КГц упругие модули s_{11}, s_{12}, s_{13} с верхним индексом E (он опущен) или измеренные при постоянном электрическом поле практически не зависят от частоты. В указанном диапазоне константы ε_{33}^T, d_{31}, k_p для рассматриваемых радиальных колебаний имеют незначительную частотную зависимость.

oscillations of the disc considering its thickness.
Discussion and Conclusions. A technique is developed for determining the frequency dependence of LZT piezoelectric ceramic modules. The disc-shaped sample was studied in 15-650 KHz frequency range. It is shown that in the range up to 650 KHz, s_{11}, s_{12}, s_{13} elastic modules with E superscript (it is omitted) or measured at dc field are practically independent of frequency. In the specified range, ε_{33}^T, d31, kp constants have an insignificant frequency dependence for the considered radial oscillations.

Ключевые слова: пьезоэлектрическая керамика, электроупругие модули, схема замещения, зависимость от частоты, диск, метод конечных элементов, ANSYS, метод возмущений.

Keywords: piezoelectric ceramics, electroelastic modules, equivalent circuit, frequency dependence, disc, finite-element technique, perturbation method.

Образец для цитирования: Мадорский, В. В. Исследование зависимости от частоты констант поляризованной пьезокерамики в схемах замещения при слабых электрических полях (часть III) / В. В. Мадорский, И. Е. Рогов, А. К. Круглов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С.143−150. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-143-150

For citation: V.V. Madorsky, et al. Study on frequency dependence of polarized piezoceramics constants in equivalent circuit at weak electric fields s (part III). Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 143−150. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-143-150

Введение. Значительное число работ посвящено исследованию и развитию математических методов решения задач о колебаниях пьезоэлектрических тел. В составе пьезоэлектрических устройств пьезоэлементы служат для возбуждения и регистрации колебаний, вызванных внешними воздействиями. Выбор пьезоэлектрического материала для измерительных преобразователей и анализ их характеристик требует большого объема сведений о параметрах материалов. К таким сведениям относятся:

— полный набор электроупругих модулей [1],
— потери,
— эквивалентные электрические схемы, или схемы замещения пьезоэлементов [2].

Реактивные динамические параметры L, C схем замещения определяются упругими диэлектрическими и пьезоэлектрическими модулями, а также плотностью пьезокерамики [3]. Принято считать, что электроупругие модули — параметры схем замещения постоянны, они не зависят от амплитуды (слабые электрические поля) и от частоты колебаний. Все это нашло отражение в российских [4] и зарубежных [5, 6] стандартах для определения полного набора электроупругих модулей пьезокерамики. Например, для определения пьезомодуля d_{31} образца в форме диска необходимо провести измерения в трех частотных областях: в области первого и второго резонансов, в области антирезонанса и на частотах много ниже резонансов 1 кГц. В связи с этим предполагается, что при определении d_{31} модули исследуемой керамики не зависят от частоты в достаточно широком диапазоне от 1 КГц до второго резонанса.

Целью данной работы является исследование зависимости от частоты электроупругих модулей керамики. Рассматривается образец в форме диска из ЦТС (цирконата-титаната свинца), т. к. именно такой тип керамики наиболее хорошо известен. Для проверки корректности представленной методики используется программа ANSYS [7].

Материалы и методы. Рассмотрим пьезоэлектрический диск толщиной $2h$ и радиусом a. Введем цилиндрическую систему координат (r, Θ, z), причем ось z совпадает с направлением оси поляризации. Координатная плоскость $z = 0$ совпадает со срединной плоскостью диска.

Основываясь на известных линейных пьезоэлектрических соотношениях, уравнениях динамики сплошной среды [1] и Максвелла [8], систему уравнений осесимметричных колебаний пьезоэлектрического диска можно записать в следующем виде:

$$\partial_1 T_{rr} + \partial_3 T_{rz} + \frac{T_{rr} - T_{\theta\theta}}{r} + \rho\omega^2 U = 0,$$
$$\partial_1 T_{rz} + \partial_3 T_{zz} + \frac{T_{rz}}{r} + \rho\omega^2 W = 0;\ \ \partial_1 D_r + \partial_3 D_z + \frac{D_r}{r} = 0. \qquad (1)$$

Здесь и далее введены следующие обозначения и определения: *U, W* — механические смещения по координатным осям *r, z* соответственно; ω — круговая частота; ρ — плотность; T_{mn} — механические напряжения; D_r, D_z — компоненты вектора электрической индукции; ∂_1 и ∂_3 — операторы производных по *r* и *z*.

В случае осевой поляризации линейные уравнения пьзоэффекта для слабых электрических полей в цилиндрических координатах можно записать [1]:

$$T_{rr} = c_{11}\partial_1 U + c_{12}\frac{U}{r} + c_{13}\partial_3 W + e_{31}\partial_3 \varphi,$$
$$T_{\theta\theta} = c_{12}\partial_1 U + c_{11}\frac{U}{r} + c_{13}\partial_3 W + e_{31}\partial_3 \varphi,$$
$$T_{zz} = c_{13}\partial_1 U + c_{13}\frac{U}{r} + c_{33}\partial_3 W + e_{33}\partial_3 \varphi, \quad (2)$$
$$D_z = e_{31}(\partial_1 U + \frac{U}{r}) + e_{33}\partial_3 W - \varepsilon_{33}\partial_3 \varphi; D_r = e_{15}(\partial_3 U + \partial_1 W) - \varepsilon_{11}\partial_1 \varphi.$$

В соотношениях (2) и далее введены следующие обозначения: c_{mn} — упругие постоянные в матричном обозначении, измеренные на образцах с закороченными электродами или при постоянном электрическом поле *E* (верхний индекс *E* у констант керамики здесь и далее опущен); e_{mn} — пьезоконстанты; ε_{mn} — диэлектрические проницаемости для зажатого образца; φ — электрический потенциал, причем *E* = –grad φ [2, 8].

Будем считать, что на электродированных торцах и на боковых поверхностях диска заданы граничные условия [1, 2]:

$$\text{при } z = \pm h \;\; T_{zz} = 0;\; T_{rz} = 0;\; \varphi = 2V, \quad (3)$$
$$\text{при } r = a \;\; T_{rz} = 0;\; T_{rr} = 0;\; D_r = 0. \quad (4)$$

В (3) величина 2*V* — подведенная к торцам электрическая разность потенциалов [2, 8].
Введем безразмерные координаты и величины по формулам:

$$\xi = \frac{r}{a};\; \zeta = \frac{z}{h};\; \varepsilon = \frac{h}{a};\; \Omega = \omega h\sqrt{\frac{\rho}{c_{44}}};\; \Omega_a = \omega a\sqrt{\frac{\rho}{c_{11}^p}};\;\; c_{11}^p = c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}}.$$

Решение краевой задачи (1–3) состоит из суммы двух решений:
— однородного решения при нулевых граничных условиях при *z* = ±*h*;
— частного решения, удовлетворяющего только ненулевым условиям на торцах (3).

Построенная система однородных решений позволит в дальнейшем удовлетворить и граничным условиям (4) на боковой поверхности (как правило, с помощью вариационных методов).

Не составляет труда построить частное решение $D_z^0 = const$ и $D_r^0 \equiv 0$, которое автоматически удовлетворяет третьему уравнению из системы (1) и граничным условиям на торцах (3). Механические и электрические составляющие частного решения согласно первым двум уравнениям системы (1) равны:

$$T_{rr}^0 = T_{\theta\theta}^0 = A(e_{31} + \frac{\varepsilon_{33}c_{13}}{e_{33}})\chi\sin(\chi\zeta) + e_{31}K;\; U^0 = 0;\; T_{rz}^0 = 0;$$
$$\varphi^0 = Kh\zeta + Ah\sin(\chi\zeta);\; D_z^0 = -\varepsilon_{33}K;\; T_{zz}^0 = e_{33}K + e_{33}^p A\chi\cos(\chi\zeta); \quad (5)$$
$$A = -\frac{V}{h}\frac{e_{33}}{e_{33}^p(\chi\cos(\chi) - k_t^2\sin(\chi))};\; K = \frac{V}{h}\frac{1}{1 - k_t^2\frac{\tan(\chi)}{\chi}}.$$

В (5) и далее введены следующие обозначения:

$$\chi = \Omega\sqrt{\frac{c_{44}}{c_{33}^D}};\;\; e_{33}^p = e_{33} + \frac{c_{33}\varepsilon_{33}}{c_{33}^2};\; k_t^2 = 1 - \frac{c_{33}}{c_{33}^D}.$$

Если вектор внешних усилий и электрический потенциал равны нулю на торцевых поверхностях, то построение однородных решений связано с определением корней дисперсионного уравнения [9]. Для симметричных колебаний дисперсионное уравнение имеет вид:

$$a_n M_n \tan^{-1}(\beta_n) = 0, (n = 1, 2, 3). \quad (6)$$

В (6) введены следующие обозначения:

$$a_n = \alpha^2 c_{13}k_{1n} + c_{33}k_{2n} + e_{33}k_{3n};\;\; b_n = k_{1n}\beta_n + k_{2n};$$
$$M_1 = b_2k_{33} - b_3k_{32};\; M_2 = b_3k_{31} - b_1k_{33};\; M_3 = b_1k_{32} - b_2k_{31}.$$

Здесь k_{mn} — алгебраические дополнения элементов третьей строки определителя системы для симметричных колебаний (1); β_n — корень бикубического уравнения из [9], α — безразмерное волновое число колебаний по оси *r*.

Для нахождения корней α при заданных значениях Ω необходимо совместно решить дисперсионное (6) и бикубическое уравнения. Подробный анализ корней дисперсионного уравнения симметричных колебаний без потерь для пьезоэлектрического слоя приведен в [9], с учетом потерь — в [10]. Именно сумма частного и однородного решений позволит удовлетворить граничным условиям как на торцах, так и на боковых поверхностях диска.

При произвольном соотношении размеров диска обратная задача о его вынужденных колебаниях (1–4) является очень сложной для анализа и имеет конечное аналитическое решение лишь в некоторых частных случаях (например, колебания тонкого диска или без учета его толщины, когда $\varepsilon \ll 1$). Поэтому при определении модулей керамики обратную краевую задачу удобнее решать приближенными методами с учетом толщинных поправок для низкочастотных радиальных колебаний диска. В этом случае можно получить аналитическое решение в виде конечных формул. В данной работе ищем решение в виде разложения по малому параметру ε:

$$\alpha^2 = \varepsilon^2\Omega_a^2 + \gamma\varepsilon^4\Omega_a^4 + \eta\varepsilon^6\Omega_a^6\ldots \quad U = U_0 + \varepsilon^2\Omega_a^2 U_2 + \varepsilon^4\Omega_a^4 U_4 + \ldots \tag{7}$$

Здесь U_n — вектор-функция с составляющими $U(U,\ W,\ \varphi)$; n — порядок построенной приближенной теории рассматриваемых в работе симметричных колебаний диска; γ, η — неизвестные постоянные, которые зависят от модулей пьезокерамики, определяются из (1, 2) и удовлетворяют однородным (нулевым) граничным условиям (3).

Опускаем громоздкие выкладки. Ограничимся членами с ε^6 для определения волнового числа α^2, членами с ε^2 для вектор-функции U в (7) и приведем конечный результат рассматриваемой краевой задачи с выполненными граничными условиями (3) на торцах [11]:

$$\gamma = \frac{c_{13}^2}{3c_{33}^2}\ ; \quad \nu = -\frac{s_{12}}{s_{11}};\ \ k_p^2 = \frac{2d_{31}^2}{\varepsilon_{33}^T(s_{11}+s_{12})};\ \mathrm{t} = \frac{c_{13}}{c_{33}} = \frac{-s_{13}}{s_{11}+s_{12}};$$

$$\eta = \gamma\left(\frac{2}{15}t + \frac{2c_{11}^p}{5c_{33}} + \gamma\right) + piezo;$$

$$piezo = \frac{t^2}{45c_{11}^p\varepsilon_{33}^T(1-k_p^2)}\left[\frac{d_{31}}{s_{11}+s_{12}} - c_{11}^p(2td_{31} + d_{33})\right]^2.$$

Здесь S_{mn} — модули гибкости при постоянном E; d_{31} — пьезомодуль; k_p — планарный коэффициент связи; ν — планарный коэффициент Пуассона; ε_{33}^T — свободная диэлектрическая проницаемость диска.

Далее введем следующие определения и обозначения: $\alpha_0^2 = \varepsilon^2\Omega_a^2$ — приближенное волновое число нулевого порядка; $\alpha_2^2 = \varepsilon^2\Omega_a^2 + \gamma\varepsilon^4\Omega_a^4$ — приближенное волновое число второго порядка; $\alpha_4^2 = \varepsilon^2{\Omega_a}^2 + \gamma\varepsilon^4{\Omega_a}^4 + \eta\varepsilon^6{\Omega_a}^6$ — приближенное волновое число четвертого порядка; C — емкость диска.

В табл. 1 представлены результаты точного решения волнового числа α керамики PZT4 в зависимости от частоты из дисперсионного уравнения (6) и приближенный расчет из (7) при $\varepsilon = 0{,}033$ для различных приближений α_m.

Таблица 1

Пример расчета волнового числа α при различных частотах для рассматриваемого пьезокерамического диска

f, КГц	Ω	α из (6)	α_0	α_2	α_4 с *piezo* = 0	α_4
50	0,085	0,045055	0,045049	0,045055	0,045055	0,045055
250	0,425	0,2262	0,2252	0,22603	0,22605	0,2261
500	0,85	0,4578	0,4505	0,4568	0,4574	0,4575
700	1,1903	0,6522	0,6307	0,64777	0,6514	0,6518

Приведенные в табл. 1 результаты показывают, что для диска толщиной 1 мм и частот до 700 КГц расчет волновых чисел из дисперсионного уравнения (6) и приближенный расчет для α_4 практически совпадают, а поправкой *piezo* можно пренебречь. В этом случае разложение (7) для α^2 практически зависит только от геометрических размеров диска, плотности и модулей гибкости s_{11}, s_{12}, s_{13}.

Опуская относительно громоздкие выкладки, приведем выражение проводимости Y для пьезоэлектрического диска. Оно получено из приближенного решения (7) для различных ε^2.

*Y*000 — нулевое приближение $\varepsilon = 0$, или известное уравнение радиальных колебаний диска нулевой толщины:

$$x = \frac{\alpha_0}{\varepsilon};\quad Y000 = \omega C\left(1 - k_p^2 + k_p^2(1+\nu)\frac{J_1(x)}{xJ_0(x) - (1-\nu)J_1(x)}\right).$$

*Y*040 — приближенное волновое число 4-го порядка:

$$x = \frac{\alpha_4}{\varepsilon};\quad Y040 = \omega C\left(1 - k_p^2 + k_p^2(1+\nu)\frac{J_1(x)}{xJ_0(x)-(1-\nu)J_1(x)}\right). \tag{8}$$

*Y*042 — приближенное волновое число четвертого порядка, частное решение второго порядка:

$$Y042 = \omega C\left(1 - k_p^2 + c_{44}\frac{\Omega^2 e_{33}^2}{3\varepsilon_{33}^{\mathrm{T}} c_{33}^2} + k_p^2(1+\nu)\frac{J_1(x)}{xJ_0(x) - (1-\nu)J_1(x)}\right).$$

$Y242$ — приближенное волновое число четвертого порядка, однородное и частное решение второго порядка:

$$Y242 = \omega C\left(1 - k_p^2 + c_{44}\frac{\Omega^2 e_{33}^2}{3\varepsilon_{33}^{T} c_{33}^2} + k_p^2(1+\nu)\frac{J_1(x)}{zn}\left(1 - c_{44}\frac{\Omega^2 e_{33} c_{13}}{3e_{31}^{p} c_{33}^2}\right)\right);$$

$$zn = [xJ_0(x) - (1-\nu)J_1(x)]\left[1 + \varepsilon^2\alpha_0^2 t\left(\frac{1}{3} + \frac{t}{6}\right)\right] - \varepsilon^2\alpha_0^2\gamma\, xJ_0(x); \quad (9)$$

$$e_{31}^{p} = e_{31} + \frac{\varepsilon_{33} c_{13}}{e_{33}} = \frac{d_{31}}{s_{11} + s_{12}}.$$

В табл. 2 представлены результаты численно-аналитических расчетов. Проводимости точного решения (5, 6) и приближенных решений (8, 9) по ε^2 найдены с помощью программы MATLAB [12]. Для диска из PZT4 [13] толщиной 1 мм и диаметром 30 мм численные расчеты проводились в системах ANSYS и ACELAN [14]. Последний пакет программ разработан сотрудниками Южного федерального университета (ЮФУ) и ориентирован на расчеты пьезоэлектрических устройств.

Таблица 2

Расчет проводимостей для различных частот

Частота, КГц	ANSYS, См/м	Решение (5,6), См/м	*Y*000, См/м	*Y*040, См/м	*Y*042, См/м	*Y*242, См/м
350	5,03	5,032	4,9688	5,014	5,0457	5,028
554,4	8,74169	8,741029	8,478	8,5864	8,73237	8,735
700	10,98	10,97	10,376	10,682	10,957	10,96

Из табл. 2 видно, что при построении приближенных теорий типа (8, 9) желательно использовать разложение (7) для расчета волнового числа как минимум второго порядка.

Результаты исследования

1. Исследование зависимости упругих модулей керамики от частоты. Для достаточно хорошо изученной пьезокерамики ЦТС проведем исследование зависимости от частоты следующих модулей: пьезоэлектрических d_{31}, диэлектрических ε_{33}^{T} и модулей гибкости s_{11}, s_{12}, s_{13}. Рассмотрим низкочастотные радиальные колебания образца в форме диска с электродами на торцах. Толщина образца — 1 мм, диаметр — 40 мм, диапазон колебаний — до 700 КГц. Сначала исследуем частотную зависимость для упругих модулей. Для этого, согласно [15], предварительно измеряем три первые резонансные низкие частоты f_r (основной резонанс и два его обертона). Упругие константы определяют из решения частотного уравнения (9) радиальных колебаний диска с учетом относительной толщины ε: три уравнения для трех неизвестных Именно относительная толщина ε отличает приведенное выше частотное уравнение (9) для радиальных колебаний диска конечной толщины от известного частотного уравнения для радиальных колебаний диска с «нулевой толщиной» [15]:

$$R\,J_0(R) = (1-\nu)\,J_1(R).$$

Введение толщинной поправки ε в решение известного уравнения радиальных колебаний образца в виде диска повышает точность и информативность измерения упругих модулей.

Определенные по [11, 15] методом трех резонансов упругие податливости для рассматриваемой керамики оказались равны:

$$s_{11} = 12{,}29\mathrm{e} - 12,\ s_{12} = -4{,}05\mathrm{e} - 12,\ s_{13} = -5{,}28\mathrm{e} - 12.$$

В табл. 3 приведены первые десять резонансных частот для керамики ЦТС19. В стоке «Эксперимент» указаны частоты, измеренные на установке для измерения проводимости *WK* 6500B в Институте высоких технологий и пьезотехники при ЮФУ. В строке «Расчет» — рассчитанные по формуле (9) для независимых от частоты упругих модулей s_{11}, s_{12}, s_{13}, определенных по [11, 15]. Погрешности измерений не превышали значений, рекомендуемых стандартом [4].

Таблица 3

Первые десять резонансных частот для керамики ЦТС19

	Резонансные частоты f_r, КГц									
Эксперимент	50,8	132,8	211	2884	364,6	439,4	513,2	585,4	654,4	722,8
Расчет	50,8	132,8	210,95	288,1	364,8	440,7	516	590,4	663	735,4

Из табл. 3 видно, что в диапазоне частот до 600 КГц различие между расчетными и экспериментальными данными при постоянных упругих модулях не превышает 1 %, поэтому можно сделать следующий вывод: «Для рассматриваемой керамики упругие модули s_{11}, s_{12}, s_{13} с верхним индексом *E* (он опущен) или измеренные при постоянном электрическом поле практически не зависят от частоты в диапазоне до 650 КГц».

2. Исследование зависимости от частоты модулей d_{31} и ε_{33}^T. Используем выражение (8) для проводимости $Y040$ из решения радиальных колебаний диска с учетом его толщины, а также измеренные при комнатной температуре значения мнимых частей комплексной проводимости исследуемой пьезокерамики. В этом случае можно исследовать зависимость модулей d_{31} и ε_{33}^T от частоты в диапазоне от 10 КГц до 600 КГц. Для определения двух неизвестных d_{31} и ε_{33}^T измерим Y при двух значениях частот f_1, f_2. Разница между f_2 и f_1 выбрана так, что можно пренебречь зависимостью модулей d_{31} и ε_{33}^T от частоты в диапазоне $f_1 – f_2$.

В настоящей работе введены два условия:

1) $f_2 – f_1$ = 200 Гц;

2) проводимости рассчитаны для идеального пьезоэлектрического тела или без учета потерь, поэтому не учитываются частоты резонансов или в окрестности резонансов.

В итоге получим легко решаемую систему двух линейных уравнений относительно двух неизвестных k_p^2 и ε_{33}^T.

На рис. 1 представлены зависимости k_p^2, d_{31} и $\varepsilon_{33}^T/\varepsilon_0$ от частоты 10–650 КГц.

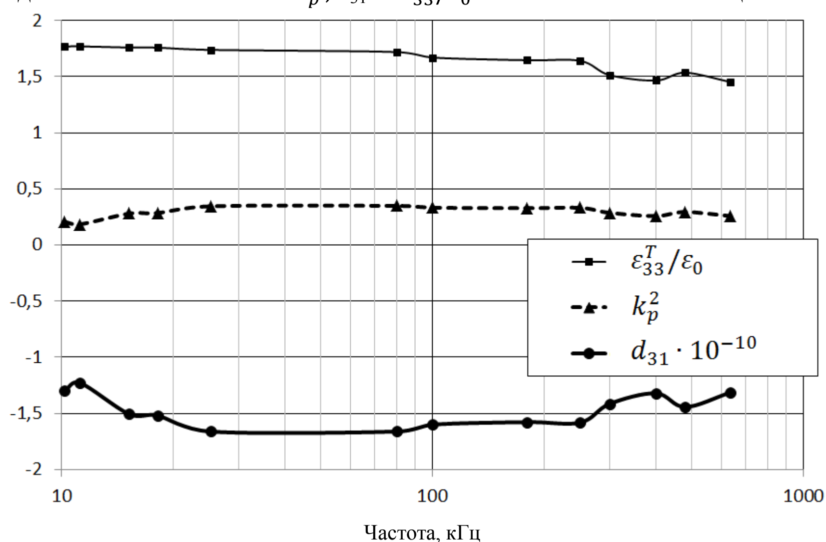


Рис. 1. Зависимости пьезоэлектрических параметров от частоты

Здесь ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума. В диапазоне от 15 до 650 КГц коэффициент связи k_p^2 сначала увеличивается с ростом частоты от 0,28 до 0,34, а затем убывает до 0,26. Пьезомодуль d_{31} имеет аналогичную частотную зависимость: при 15 КГц с $–1{,}50e^{–10}$ до максимума $1{,}661e^{–10}$, а затем убывает до $1{,}31e^{–10}$. Относительная диэлектрическая проницаемость с ростом частоты монотонно уменьшается с 1766 до 1455.

На рис. 2 представлены зависимости от частоты в диапазоне 1–10 КГц измеренной и рассчитанной по формуле (9) емкости керамики при постоянных модулях, определенных согласно ОСТ [4, 15].

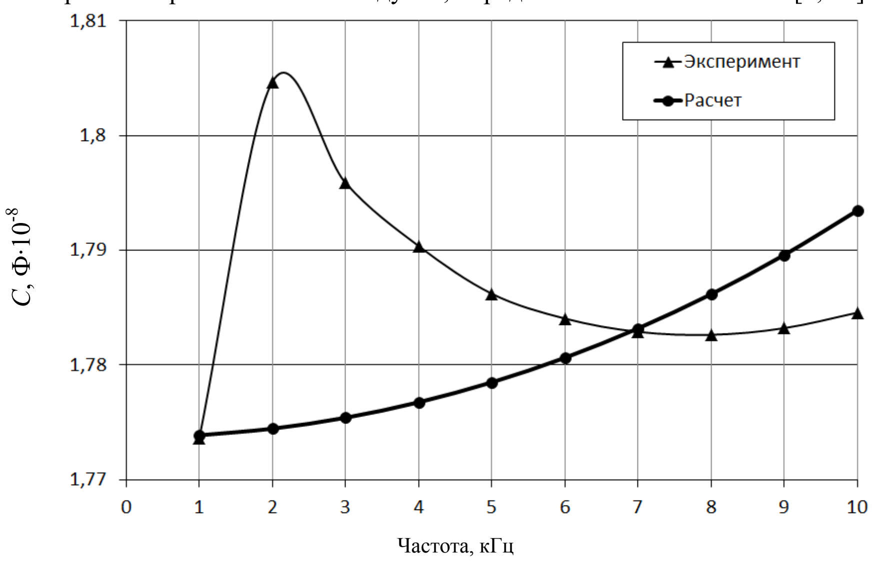


Рис. 2. Зависимость емкости пьезокерамики от частоты

Видно резкое отличие двух емкостей керамики ЦТС для низких частот. Вероятно, этим и объясняется зависимость параметров керамики от частоты ниже 15 КГц (см. рис. 1). Это предполагает наличие более высокой степени дисперсности — в первую очередь, у пьезомодуля d_{31}. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен в следующей статье (константы ε_{33}^T, d_{31}, k_p исследуются в низкочастотном диапазоне).

Обсуждение и заключения. Разработана методика для определения зависимости от частоты модулей пьезоэлектрической керамики ЦТС. Образец в форме диска исследовался при диапазоне частот 15–700 КГц. Показано, что в диапазоне до 650 КГц упругие модули s_{11}, s_{12}, s_{13} с верхним индексом E (он опущен) или измеренные при постоянном электрическом поле практически не зависят от частоты. В указанном диапазоне константы ε_{33}^T, d_{31}, k_p для рассматриваемых радиальных колебаний имеют незначительную частотную зависимость.

Изучена зависимость только реальной части модулей керамики от частоты, потери не учитывались. Поэтому экспериментально полученные зависимости мнимой части проводимостей керамики от частоты были измерены вдали от резонансов, где влияние потерь ничтожно. Тем не менее в дальнейшем необходимо учитывать как реальные, так и мнимые части модулей. Это значит, что потери являются включенными. Данную проблему предполагается изучить с учетом зависимости комплексных модулей исследуемой керамики от частоты.

В представленной работе рассмотрены радиальные колебания образца для получения более полной информации при измерении большего набора констант (кроме пьезоэлектрических и диэлектрических модулей измерены упругие модули s_{11}, s_{12}, s_{13}). Данный метод может быть распространен и на другие формы образцов (стержни, пластины и т. п.), поскольку в этих одномерных задачах происходит простая замена функций Бесселя на тригонометрические функции.

Библиографический список

1. Selvamani, R. Free vibration analysis of rotating piezoelectric bar of circular cross section immersed in fluid / R. Selvamani // Materials Physics and Mechanics. — 2015. — № 24. — P. 24–34.

2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. — Москва : Юрайт, 2014. — 701 с.

3. Sherrit, S. Accurate Equivalent Circuits for Unloaded Piezoelectric Resonators / S. Sherrit, H. D. Wiederick, B. K. Mukherjee // IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings. — 1997. — Vol. 2. — P. 931–935.

4. Материалы пьезокерамические. Технические условия. ОСТ 11.0444-87 / Стандартинформ. — Москва : Электростандарт, 1987. — 140 с.

5. IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics / IEEE // Proceedings of the IRE. — 1961. — Vol. 49, is. 7. — P. 1161–1169.

6. Advanced materials [Электронный ресурс] / National Physical Laboratory. — Режим доступа: http://www.npl.co.uk/science-technology/advanced-materials/materials-areas/functional/standards-for-piezoelectric-ceramic-materials (дата обращения: 18.09.18).

7. Tickoo, S. ANSYS Workbench 14.0: A tutorial Approach / S. Tickoo. — Schererville : CADCINI Technologies, 2012. — 416 p.

8. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле / Л. А. Бессонов. — Москва : Юрайт, 2018. — 317 с.

9. Мадорский, В. В. Симметричные колебания пьезоэлектрических пластин / В. В. Мадорский, Ю. А. Устинов // Изв. АН Арм. ССР. — 1976. — Т. 29, № 5. — С. 51–58.

10. Мадорский В. В. Симметричные колебания пьезоэлектрических тел с учетом диссипации энергии / В. В. Мадорский, В. Н. Митько // Акустический журнал. — 1996. — Т. 42, № 2. — С. 282–285.

11. Мадорский, В. В. Исследование методик определение констант поляризованной пьезокерамики (часть II) / В. В. Мадорский // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 4. — С. 14–21. DOI: https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-4-14-21.

12. Васильев, А. Н. MATLAB. Практический подход / А. Н. Васильев. — Москва : Наука и техника, 2015. — 448 с.

13 Физическая акустика. Ч. А. Методы и приборы звуковых исследований / Под ред. У. Мезона. — Москва : Мир, 1966. — С. 204–324.

14. Soloviev, A. N. Modeling of Piezoelectric Elements with Inhomogeneous Polarization by Using ACELAN / A. N. Soloviev, P. A. Oganesyan, A. S. Skaliukh // Advanced materials — studies and applications. — Hauppauge : Nova Science Publishers, 2015. — P. 169–192. DOI: 10.12737/16035.

15. Мадорский, В. В. Исследование методик определения констант поляризованной пьезокерамики / В. В. Мадорский, В. Н. Митько // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14, № 2. — С. 36–45. https://doi.org/10.12737/4469.

Сдана в редакцию 11.01.2019
Принята к публикации 15.04.2019

Об авторах:

Мадорский Виктор Вениаминович,
доцент кафедры «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат физико-математических наук, доцент,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0320-5074
epohrbats@Gmail.com

Рогов Игорь Евгеньевич,
доцент кафедры «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1454-1660
igorro@rambler.ru

Круглов Александр Константинович,
начальник лаборатории Южного Федерального университета Институт высоких технологий и пьезотехники (РФ, 344090, ул. Мильчакова, 10),
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0412-9445
kruglov@sfedu.ru